

Lösungen zur Unterhaltenden Mathematik 1

1. 47 jährig
2. Alter 9, 2, 2
3. 10 Flaschen
4. 15 km
5. gleichviel

6a) 343. Es handelt sich um die Kubikzahlen.

Hinweis: Die Summe der n ersten Kubikzahlen lässt sich mit einer sehr schönen (und überraschenden) Formel berechnen. Die Summe ist nämlich genau gleich gross wie das Quadrat der Summe der n ersten Zahlen, das heisst:

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Beispiel:

$$1+2+3+4+5 = 15$$

$$1+8+27+64+125 = 225 (= 15 \text{ im Quadrat})$$

6b) 89. Es handelt sich um die sog. Fibonacci-Folge (Leonardo von Pisa, ca. 1170-1240)

Formel zur direkten Berechnung des n -ten Gliedes:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

6c) 78 (+n)

6d) 31131211131221. Die Gesetzmässigkeit dieser Zahlenfolge wird verständlich, wenn man die Zahlen wiefolgt liest:

1

11 beschreibt die vorangehende Zahl 1, nämlich: "ein mal eins"

21 beschreibt die vorangehende Zahl 11, nämlich: "zwei mal eins"

1112 beschreibt die vorangehende Zahl 21, nämlich: "ein mal eins und ein mal zwei"

3112 beschreibt die vorangehende Zahl 1112, nämlich: "drei mal eins und ein mal zwei"

211213 beschreibt die vorangehende Zahl 3112, nämlich: "zwei mal eins und ein mal zwei und ein mal 3"

6e) 8128. Hier handelt es sich um sog. Vollkommene Zahlen.

Eine Zahl n heisst dann vollkommen, wenn sie gleich gross ist wie die Summe aller ihrer Teiler $< n$.

z.B. $6 = 1 + 2 + 3$

$$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064$$